

Φροντιστήριο 9, 27/03/19

Άσκηση 1

Να κατασκευάσετε μια μηχανή Turing με δύο ταινίες η οποία να αποδέχεται στην πρώτη της ταινία μια οποιαδήποτε λέξη $w \in \{0,1\}^*$ και να γράφει τη λέξη w^R στη δεύτερη της ταινία.

Άσκηση 2

Να αποδείξετε ότι η κλάση των διαγνώσιμων γλωσσών είναι κλειστή ως προς:

- (α) Την τομή
- (β) Το συμπλήρωμα
- (γ) Τη συναρμογή

Θεωρήστε επίσης την κλάση των αναγνωρίσιμων γλωσσών. Ως προς ποιες από τις πιο πάνω πράξεις ισχύει η κλειστότητα για τη συγκεκριμένη κλάση;

Άσκηση 3

Να δείξετε ότι τα πιο κάτω προβλήματα είναι επιλύσιμα:

- (α) $\{R \mid R \text{ μια κανονική έκφραση που παράγει έστω και μία λέξη με περιττό αριθμό από } 1\}$
- (β) $\{M \mid \text{το } M \text{ είναι ένα DFA που αποδέχεται κάποια καρκινική λέξη}\}$

Άσκηση 4

(α) Να δείξετε ότι για οποιοδήποτε αλφάβητο Σ , το σύνολο Σ^* όλων των λέξεων επί του Σ είναι αριθμήσιμο.

(β) Έστω B το σύνολο όλων των άπειρων ακολουθιών επί του αλφάβητου $\{0,1\}$. Εφαρμόζοντας την τεχνική της διαγωνιοποίησης, να δείξετε ότι το σύνολο B είναι υπεραριθμήσιμο.

(γ) Με βάση τα πιο πάνω να δείξετε ότι υπάρχουν μη αναγνωρίσιμες γλώσσες. (Πόρισμα, Διαφάνεια 8-40)

Σύνοψη: Διαγνωσιμότητα

Πολυταινιακή Μηχανή Turing: Μηχανή Turing με $k > 1$ ταινίες. Επιτρέπει την εγγραφή, ανάγνωση, και μετακίνηση της κεφαλής σε κάποιες ή όλες τις ταινίες Συνάρτηση μεταβάσεων:

$$\delta: Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{A, \Delta, \Sigma\}^k$$

Ορισμός

Μια γλώσσα λέγεται κατά Turing *αναγνωρίσιμη* (ή αναδρομικά απαριθμήσιμη) αν υπάρχει μηχανή Turing που την *αναγνωρίζει*, δηλαδή, που αποδέχεται όλες τις λέξεις που ανήκουν στην γλώσσα.

Ορισμός

Μια γλώσσα λέγεται κατά Turing *διαγνώσιμη* (ή αναδρομική) αν υπάρχει μηχανή Turing που την *διαγινώσκει*, δηλαδή, που τερματίζει σε κάθε λέξη είτε αποδέχοντας είτε απορρίπτοντας την λέξη.

Οι πιο κάτω γλώσσες είναι διαγνώσιμες:

$$A_{\text{DFA}} = \{\langle B, w \rangle : \text{το } B \text{ είναι ένα DFA που αποδέχεται τη λέξη } w\}$$

$$A_{\text{NFA}} = \{\langle B, w \rangle : \text{το } B \text{ είναι ένα NFA που αποδέχεται τη λέξη } w\}$$

$$\Pi_{\text{REX}} = \{\langle R, w \rangle : \eta \text{ } R \text{ είναι μια κανονική έκφραση που παράγει τη λέξη } w\}$$

$$\text{KENOTHTA}_{\text{DFA}} = \{\langle B \rangle \mid \text{το } B \text{ είναι ένα DFA και } L(B) = \emptyset\}$$

$$\text{ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ}_{\text{DFA}} = \{\langle A, B \rangle \mid \text{τα } A, B \text{ είναι DFA και } L(A) = L(B)\}$$

$$\text{ΠΑΡΑΓΩΓΗ}_{\text{CFG}} = \{\langle G, w \rangle \mid \text{το } G \text{ είναι μια CFG που παράγει την λέξη } w\}$$

$$\text{KENOTHTA}_{\text{CFG}} = \{\langle G \rangle \mid \text{το } G \text{ είναι μια CFG και } L(G) = \emptyset\}$$

Οι πιο κάτω γλώσσες είναι *μη* διαγνώσιμες

$$\text{ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ}_{\text{CFG}} = \{\langle G, H \rangle \mid \text{τα } G, H \text{ είναι CFG και } L(A) = L(B)\}$$

$$A_{\text{TM}} = \{\langle M, w \rangle \mid \eta \text{ } M \text{ είναι μια TM που αποδέχεται τη λέξη } w\}$$